



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE  
Centro Regional Universitario Bariloche

PROGRAMA DE CATEDRA: ANÁLISIS FUNCIONAL  
(OPTATIVA APROBADA POR PLAN)

AÑO ACADÉMICO: 2013

CARRERAS A LA QUE PERTENECE:

PLANES DE ESTUDIO:

LICENCIATURA EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

0187/98

CARGA HORARIA SEMANAL SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS: 6

REGIMEN: **Cuatrimestral**

EQUIPO DE CATEDRA:

Dr. Claudio Padra

Lic. Maximiliano Palacios Amaya

CARGO:

PAD-3

ASD-2

ASIGNATURA CORRELATIVA: Haber aprobado las materias Álgebra Lineal e Introducción al Análisis.

---

### 1. FUNDAMENTACIÓN:

El **análisis funcional** es la rama de la matemática que trata del estudio de espacios de funciones. Tiene sus raíces históricas en el estudio de transformaciones tales como la transformada de Fourier y en el estudio de las ecuaciones diferenciales e integrales. La palabra funcional se remonta al cálculo de variaciones, implicando una función cuyo argumento es una función.

Entre los espacios de funciones, los más relevantes son los llamados Espacios de Banach y Espacios de Hilbert. Un objeto importante de estudio en análisis funcional son los operadores lineales continuos definidos en los espacios de Banach y de Hilbert.

### 2. OBJETIVOS:

Este curso tiene como objetivo principal que los alumnos adquieran los conocimientos básicos sobre espacios de funciones, operadores lineales y su estudio espectral.

### 3. CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS:

- Espacios de Banach. Espacios de Hilbert.
- Teoremas de Hahn-Banach. Teorema de la Aplicación abierta.
- Topologías débiles. Espacios reflexivos.
- Operadores compactos. Teorema de la alternativa de Fredholm.
- Espectro de un operador compacto.

#### 4. CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:

**Unidad 1:** Espacios normados, propiedades elementales y ejemplos. Espacios de Banach. Funcionales lineales. Teorema de Hahn-Banach. Operadores lineales. Teoremas de la aplicación abierta y del grafo cerrado. Principio de acotación uniforme. Teorema de Stone-Wierstrass. Teorema de representación de Riesz (dual de  $C(X)$ ). Espacios  $L_p$ . Series de Fourier. Convergencia uniforme y puntual. Series de promedios, convergencia p.p. y en  $L_1$ . Núcleo de Féjer. Condiciones suficientes para la convergencia puntual, pp y uniforme. Ejemplo de serie divergente de una función continua. Núcleo de Poisson.

**Unidad 2:** Espacios de Hilbert, propiedades y ejemplos. Propiedades elementales. Lema de Riesz. Espacio  $H_2$  Operador shift, subespacios invariantes. Sistemas y bases ortonormales. Operadores en espacios de Hilbert, ejemplos. Operadores normales y autoadjuntos, positivos. Proyectores.

**Unidad 3:** Topologías débiles. Topología débil y débil\* en un espacio de Banach. Teorema de Alaoglu. Reflexividad. Lema de Goldstine. Forma geométrica del Teorema de Hahn-Banach.

**Unidad 4:** Operadores compactos. Espectro de un operador. Propiedades espectrales de los operadores compactos. Teoría de Riesz-Fredholm. Alternativa de Fredholm. Aplicaciones. Problema de Dirichlet para un dominio acotado de  $\mathbb{R}^3$  con borde suave.

**Unidad 5:** Operadores autoadjuntos. Propiedades espectrales. Descomposición espectral de un operador compacto y autoadjunto. Aplicaciones sistema de Sturm-Liouville regulares.

#### 5. BIBLIOGRAFÍA BASICA Y DE CONSULTA:

- G. Bachman-L. Narici, Functional Analysis. Academic Press, New York, 1966.
- F. Brézis, Análisis funcional, Alianza Editorial, 1985.
- J. B. Conway, A course in functional analysis, Springer Verlag 1985.
- M. Cotlar, R. Cignoli, Nociones de espacios normados, EUDEBA, 1968.
- G. Corach – E. Andruchow, Notas de Análisis Funcional. 1997.
- J. Dieudonné, Fundamentos de análisis moderno, Reverté, Barcelona, 1970.
- N. Dunford and J. Schwartz, Linear operators, vol 1, 1958
- P. R. Halmos, A Hilbert space problem book, Springer-Verlag, New York, 1980.
- A. Kolmogorov y S. Fomin, Elementos de la teoría de funciones y del análisis funcional, Editorial MIR, 1965.
- M. Reed and B. Simon, Functional analysis, Academic Press, New York, 1975.
- W. Rudin, Functional analysis, Mc Graw Hill, New York, 1963.
- D. Stojanoff, Un curso de Análisis Funcional, 2010.

#### 6. PROPUESTA METODOLOGICA:

El desarrollo de la asignatura se programó integrando dos tipos de actividades: 1) clases teóricas, donde se introducen los conceptos de la teoría y donde se evidencia la necesidad del estudio de estos conceptos, luego se profundiza en la teoría matemática, para mostrar por último, el uso de la teoría desarrollada en problemas específicos, volviendo así a la situación original que planteó la necesidad de conocimiento del tema, 2)

clases prácticas, que se organizan mediante guías de trabajos prácticos. A cada unidad del programa corresponde una guía de trabajos prácticos.

### 7. EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACION:

Durante el cursado de la materia, se tomarán dos exámenes parciales. Cada uno de ellos tiene una instancia recuperatoria. Cada examen parcial evalúa un grupo de unidades del programa e integra las anteriores (ver cronograma tentativo). Las calificaciones posibles para los parciales son A (Aprobado con promoción, equivalente a 8 puntos), B (aprobado sin promoción) y D (Desaprobado) La aprobación de los dos exámenes parciales o sus recuperatorios con una calificación no inferior a B, implica la aprobación de la cursada de la materia. Para optar a la promoción de la asignatura los alumnos deberán aprobar los dos exámenes parciales o sus recuperatorios con un mínimo de 8 puntos. En caso contrario el alumno deberá rendir un examen final regular a fin de completar la aprobación de la asignatura. Si un alumno obtiene una calificación D en un parcial y su recuperatorio, perderá la condición de alumno regular de la materia. En caso de perder la regularidad de la materia, el alumno puede rendir un examen libre como único requisito para aprobar la materia, lo cual puede hacerse en los turnos de examen previstos a tal fin.

### 8. DISTRIBUCIÓN HORARIA:

La carga horaria se dividirá en dos partes: 3 horas semanales para el desarrollo de los trabajos prácticos y 3 horas semanales para clases teóricas. Se ofrecerán clases de consulta, dos horas por semana.

### 9. CRONOGRAMA TENTATIVO:

Primer parcial: evalúa la Unidad 1 y 2: fines de septiembre.

Segundo parcial: evalúa las Unidades 3, 4 y 5: fines de noviembre.

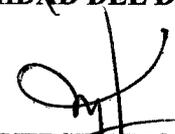


**PROFESOR**  
Claudio Padra



**CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO**

CONFORMIDAD DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE



Prof. Marisa N. P. Bariloche  
Secretaria Académica  
Centro Regional Universitario Bariloche  
Universidad Nacional del Comahue